Министерство образования и науки РФ

Федеральное агентство по образованию

НГТУ

Кафедра общей физики

# Расчетно-графическое задание №1

Вариант 25

| 1.2 | 2.14 | 3.6 | 4.7 | 5.8 |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

Факультет: Преподаватель: Штыгашев А.А.

Группа

Студент:

Новосибирск
2023

Вариант 25

**Задача №1**. Постановка задачи:

Камень бросили с крутого берега вверх под углом 30 градусов к горизонту со скоростью 12 м/с. Какая дальность полета камня и с какой высоты был брошен камень, если время полета 3 с. Сопротивлением воздуха пренебречь. Построить график скорости от времени и график траектории движения камня.

**Дано**:

$\alpha = 30^0$ м
$v_0 = 12\ м/с$
$t = 3\ с$
$g = ¿\ 9{,}8\ м/с^2$

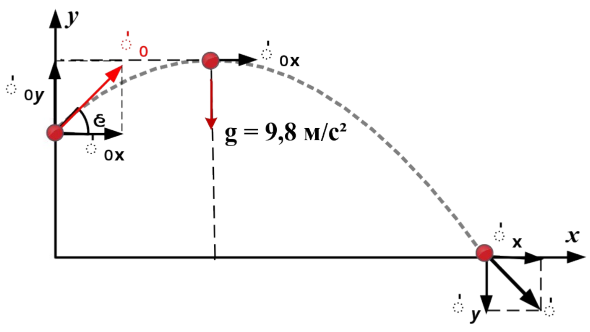


Рисунок 1. Движение камня

**Найти** $l - ?\ h - ?\ v - ?$

**Решение:**

Математическая модель:

Вдоль оси x тело движется равномерно со скоростью $v_x = v_{ox} = v_o \cos\alpha$. Вдоль оси оу (по вертикали) имеем движение тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью $v_{oy} = v_o \sin\alpha$.

Для проекций скорости в любой момент времени, движения можно записать следующие уравнения

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha, \\ v_y(t) = v_0 \cdot \sin\alpha - g \cdot t \end{cases}$$

Модуль вектора скорости определится как: $|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$$|v| = \sqrt{v_0^2 \cdot \cos^2\alpha + (v_0 \cdot \sin\alpha - g \cdot t)^2},$$

Зависимость от времени координаты тела y:

$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{gt^2}{2} = h + v_o \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

В момент падения на Землю $y = 0$:

$$0 = h + v_o \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow h = \frac{gt^2}{2} - v_o \sin\alpha \cdot t = \left(\frac{gt}{2} - v_o \sin\alpha\right) \cdot t$$

Дальность полета тела: $x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t$

**Подставим числа:**

Вариант 25

$$|v| = \sqrt{12^2 \cdot \cos^2 30^0 + (12 \cdot \sin 30 - 9,81 \cdot 3)^2} = 25,6\ м/с$$

$$h = \left(\frac{9,81 \cdot 3}{2} - 12 \cdot \sin 30\right) \cdot 3 = 26\ м$$

$$l = 12 \cdot cos\, 30 \cdot 3 = 31,2\ м$$

**График скорости от времени движения камня.**

`, м/с

t, с

Рисунок 2. Скорость движения от времени

**Ответ:** $\upsilon = 25,6\,\frac{м}{с}, l = 31,2\,м, h = 26\,м$

Вариант 25

**Задача №2**. Постановка задачи:

Тело пустили снизу вверх по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha=30^0$ с горизонтом. Найти коэффициент трения скольжения, если время подъема оказалось в $\eta=1.5$ раза меньше времени спуска.

**Дано**:

m1=m2

$\alpha=30^0$

$\eta=1.5$

**Найти**: $\mu=?$

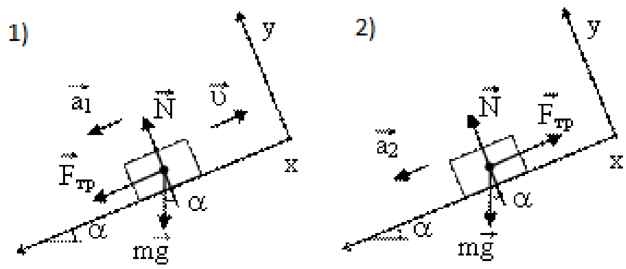


Рисунок 3. Схема движения тела

**Решение**:

При движении тела вверх по наклонной плоскости (рис. 3.1) на него действуют три силы: сила тяжести $F_m=mg$, сила нормальной реакции N и сила трения $F_\mu=\mu N$. Основной закон динамики запишется в виде:

$$m a_1=mg+N+F_\mu (1)$$

В проекциях на оси координат это уравнение имеет вид:

$$\begin{cases} Ox: m a_1=mg\sin\alpha+F_\mu \\ Oy: 0=N-mg\cos\alpha \end{cases}$$

Из второго уравнения следует $N=mg\cos\alpha$ $F_\mu=\mu mg\cos\alpha$. Подставив выражение для $F_\mu$ в первое уравнение, получим:

$$m a_1=mg\cos\alpha+\mu mg\cos\alpha$$

$$a_1=g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)$$

При движении тела вниз по наклонной плоскости (рис. 3.2) на него действуют те же силы, но сила трения направлена в сторону, противоположенную движению. Второй закон Ньютона для тела запишется в виде:

$$m a_2=mg+N+F_\mu (2)$$

в проекции на оси координат:

$$\begin{cases} Ox: m a_2=mg\sin\alpha+F_\mu \\ Oy: 0=N-mg\cos\alpha \end{cases}$$

В этом случае $a_2=g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)$. Длина пути S при подъеме и спуске тела одинаковая:

Вариант 25

$$S=\frac{a_1 t_1^2}{2}=\frac{a_1 t_2^2}{2}(3)$$

Из формулы (3) следует:

$$\frac{a_1}{a_2}=\left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2,\ \frac{\sin\alpha+\mu\cos\alpha}{\sin\alpha-\mu\cos\alpha}=\left(\frac{\eta t_2}{t_1}\right)^2$$

$$\frac{1+\mu ctg\alpha}{1-\mu ctg\alpha}=\left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2$$

Окончательно:

$$\mu=\frac{\left(\left(\frac{t_2}{t_1}\right)\text{¿¿}2-1\right)tg\alpha}{\left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2+1}=\frac{(1,5\text{¿¿}2-1)\frac{\sqrt{3}}{3}}{1,5^2+1}=\frac{5\sqrt{3}}{39}\approx 0,22\text{¿¿}$$

Ответ: $\mu\approx 0,22$

Вариант 25

**Задача №3**. Постановка задачи:

Два свинцовых шара массами 2 кг и 3 кг подвешены на нитях длиной 1 м так, что касаются друг друга. Меньший шар отклонили на угол 45 градусов и отпустили. Считая удар центральным и неупругим, определите высоту, на которую поднимутся шары после удара. Найдите энергию, израсходованную на деформацию шаров. Постройте график зависимости высоты подъема шаров от начального угла.

**Дано**:

$m_1 = 2\,кг$

$m_2 = 3\,кг$

$l = 1\,м$

$\alpha = 45\,°$

**Найти**: $h = ?$ $E_{деф} = ?$

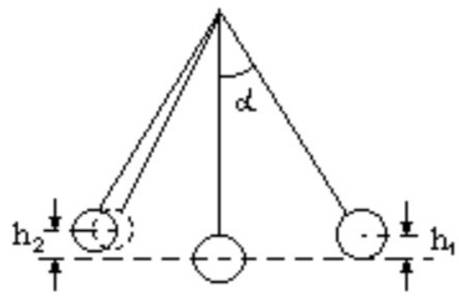


Рисунок 4. Постановочный рисунок к задаче №3.

**Решение**:

По закону сохранения энергии:

$$m_1 * g * h_1 = \frac{m_1 * v_1^2}{2}$$

откуда:

$$v_1 = \sqrt{2 * g * h_1}$$

$$h_1 = l - l * cos\alpha = l * (1 - cos\alpha)$$

$$v_1 = \sqrt{2 * g * l * (1 - cos\alpha)}$$

По закону сохранения импульса:

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) * v$$

откуда:

$$v = \frac{m_1 * v_1}{m_1 + m_2}$$

Применим закон сохранения энергии для системы в момент когда оба шара поднимутся на максимальную высоту *h*:

Вариант 25

$$\frac{(m_1+m_2)*v^2}{2}=(m_1+m_2)*g*h$$

отсюда:

$$h=\frac{v^2}{2*g}=\frac{m_1^2}{\frac{(m¿¿1+m_2)^2*2*g*l*(1-cos\alpha)*1}{2*g}=\left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2*l*(1-cos\alpha)¿}$$

Подставляя исходные данные, получаем:

$$h=\left(\frac{2}{2+3}\right)^2*1*(1-\cos(45°))\approx 0.0469\,м=4,7\,см$$

Энергия, израсходованная на деформацию шаров равна разности максимальной кинетической энергии малого шара и максимальной кинетической энергии обоих шаров после удара:

$$E_{деф}=\frac{m_1*2*g*l*(1-cos\alpha)}{2}-(m_1+m_2)*g*h$$

Подставив исходные данные, получаем:

$$E_{деф}=\frac{2*2*9,81*1*(1-\cos(45°))}{2}-(2+3)*9,81*0,0469\approx 3,45\,Дж.$$

**Псевдокод**:

begin;

m1=2; // Масса малого шара, кг

m2=3; // Масса большого шара, кг

l=1; // Длина нити подвеса, м

alpha=45; // Угол отклонения малого шара, град

g=9.81; // Ускорение свободного падения, м/c^2

alphar=alpha*pi/180; // Перевод угла отклонения в радианы

h=((m1/(m1+m2)).^2)*l*(1-cos(alphar))*100; // вычисляем высоту, на которую поднимутся шары после удара [см]

Edef=m1*g*l*(1-cos(alphar))-(m1+m2)*g*h/100; // вычисляем энергию, израсходованную на деформацию шаров [Дж]

end;

Построим график зависимости высоты подъема шаров от начального угла:

Вариант 25

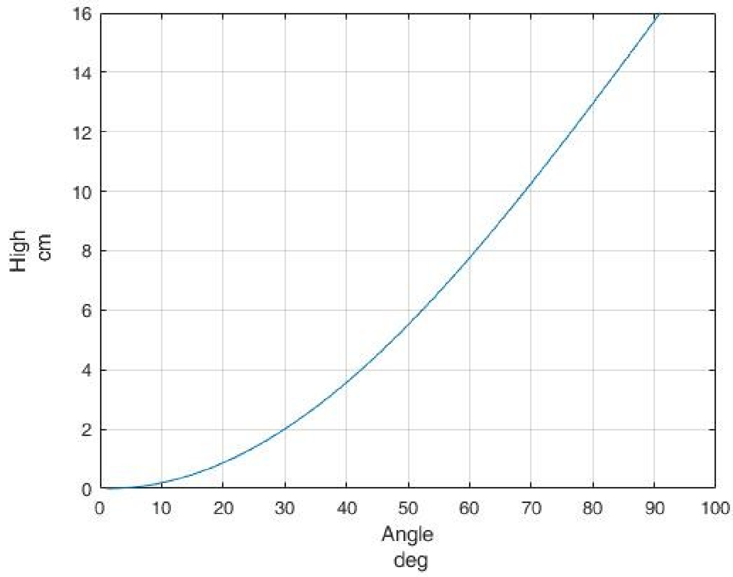


Рисунок 5. Зависимость высоты подъема шаров от начального угла

Ответ: $E_{деф}=3,45\,Дж\quad h=4,7\,см$

Вариант 25

**Задача №4**. Постановка задачи:

К ободу однородного валика радиусом 0,25 *м* приложена постоянная касательная сила 100 *Н*. При вращении на диск действует сила трения, момент которой равен 8,0 *Нм*. Определить массу диска, если известно, что он вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 100\ рад/с^2$. Построить график кинетической энергии от времени в первые 10 *с*.

**Дано**:

r = 0.25 м

F=100 Н

$M_{тр}$=8 Н*м*

$\varepsilon = 100 рад/с^2$

t=10 с

**Найти**: $m = ?$

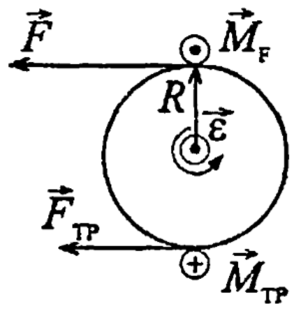


Рисунок 6. Постановочный рисунок к задаче №4

**Решение**:

Модуль результирующего момента сил, действующего на диск:

$$M = F * r - M_{тр}$$

где:

$$M = J * \varepsilon$$

- момент сил вращательного движения диска.

Момент инерции диска выражается по формуле:

$$J = \frac{1}{2} * m * R^2$$

Отсюда масса диска:

$$m = \frac{2 * (F * R - M_{тр})}{\varepsilon * R^2} = \frac{2 * (100 * 0,25 - 8)}{100 * 0,25^2} = 5,44\ кг.$$

Кинетическая энергия вращающегося тела выражается по формуле:

$$E_к = \frac{J * \omega^2}{2} = \frac{J * (\varepsilon * t)^2}{2}$$

**Псевдокод**:

begin;

Вариант 25

```
R=0.25; // Радиус валика, м
F=100; // Касательная сила, приложенная к валику, Н
Mf=8; // Момент трения, действующий на диск, Н*м
eps=100; // Угловое ускорение вращающегося диска, рад/с^2
m=2*(F*R-Mf)/(eps*R.^2); // Определяем массу вращающегося диска, кг
t=0:1:10;
Ek=(m*R.^2)/4*(eps*t).^2;
end;
```

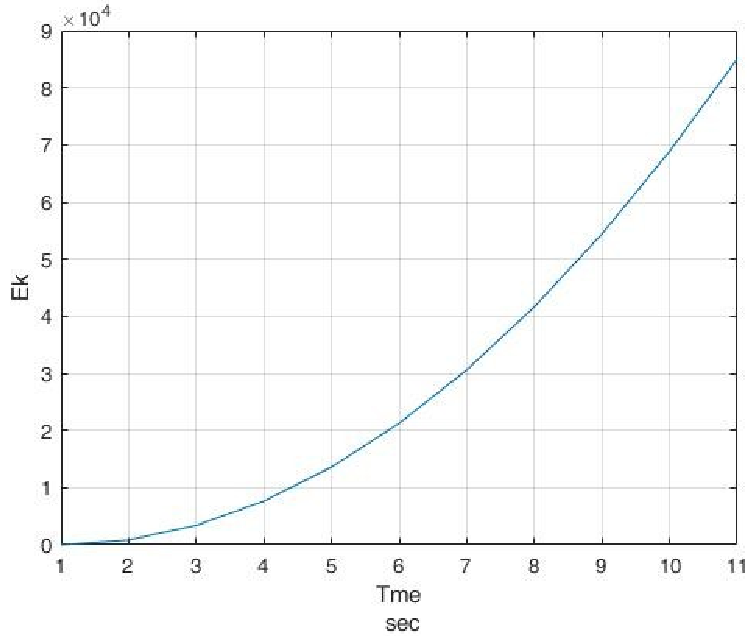


Рисунок 7. График зависимости кинетической энергии от времени

**Ответ:** $m = 5,44\ кг$

Вариант 25

**Задача №5**. Постановка задачи:

После запуска модели ракеты, модель выбрасывает ежесекундно газ массой 90 г со скоростью $u=300$м/с относительно корпуса. Начальная масса ракеты $m_0=300$г. Какова наибольшая скорость ракеты, если масса ее топлива равна 200 г. Сопротивлением воздуха пренебречь. Построить графики временных зависимостей скорости и массы ракеты.

**Дано**:

$q=0,09\,\frac{кг}{с}$

$m_0=0,3\,кг$

$m_т=0,2\,кг$

$u=300\,\frac{м}{с}$

Найти: $V=?$

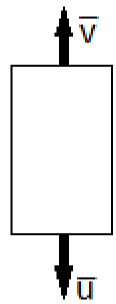


Рисунок 8. Постановочный рисунок к задаче №5

**Решение**:

Определим конечную скорость ракеты по формуле Циолковского:

$$V=u*\ln\left(1+\frac{m_т}{m_0-m_т}\right)=300*\ln\left(1+\frac{0,2}{0,3-0,2}\right)\approx 329,6\,\frac{м}{с}.$$

Массу и скорость ракеты определим по следующим временным зависимостям:

$$M(t)=m_0-q*t=300-90*t\,;$$

$$V(t)=u*\ln\left(\frac{m_0}{M(t)}\right)=300*\ln\left(\frac{0,3}{M(t)}\right).$$

**Псевдокод**:

begin;

mv=90; // скорость выброса газа, г/с;

u=300; // скорость выброса газа, м/с;

m0=300; // начальная масса ракеты, г

mf=200; // масса топлива, г

V=u*log(1+mf/(m0-mf));

// Построим графики временных зависимостей скорости и массы ракеты

Вариант 25

```
t=0:0.1:(mf/mv);
M=m0-mv*t;
di=size(M);
M0=ones(1,di(2))*m0;
Vt=u*log(M0./M);
plot(t,[M' Vt']);
end;
```

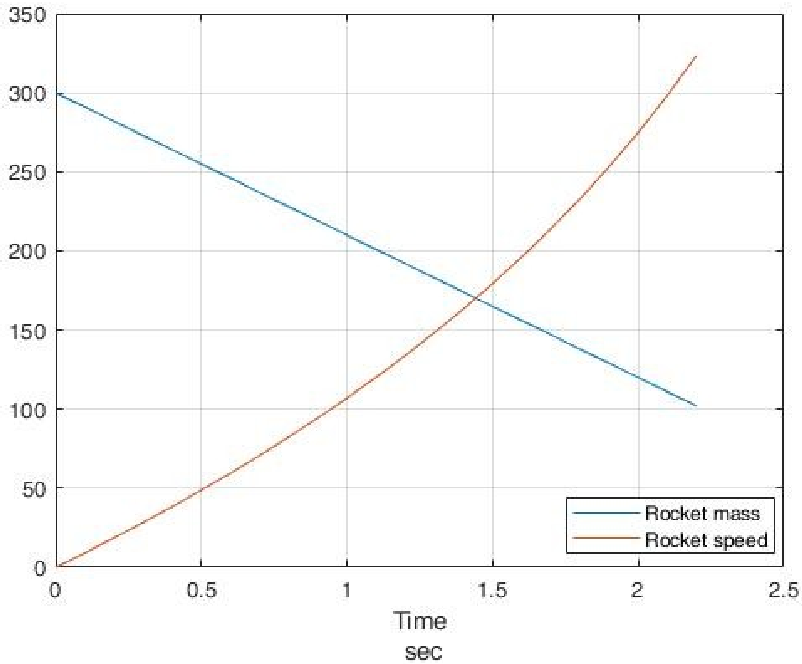


Рисунок 9. Зависимости скорости и массы ракеты от времени.

Ответ: $V = 329{,}6\,\frac{м}{с}$